

析题有道 命题有方

——从析 2026 年高考数学全国新课标二卷压轴题悟析题命题之理

鸡西市高中数学名师工作室 孙长卿

2026 年高考已落幕，回顾两套全国新课标数学试卷，均体现素养立意、多想少算重情境、稳基础强思维、反套路破常规的命题导向。从难度上二卷整体难度比今年的一卷低，也比去年二卷略低，基础题占比约 60%，难题占比约 10%。最后一道压轴题较难，三个问难度逐层递进，考查导数几何意义、函数单调性、凹凸性等问题，思维及运算素养要求很高。结合目前比较热的“说题”教研或大赛活动，本文结合案例对析题命题的内涵、价值、操作流程等做些探讨，供同行研究参考。

一、什么是“析题”

提到析题，人们首先会联想到解题前的审题、分析过程，分析是解题过程的第一步，本人对解题过程做过一些研究，给出了解题过程的定义，并归纳出解题过程的六个流程。

1. 解题过程

解题过程即是通过通过对问题的识别、辨认、分析，并与大脑储存的相关信息进行联结，整合有关知识、思想方法、解题策略、运算技能等使问题获解的过程。解题过程应包含以下六个流程：

(1) 审清题意

弄清问题条件、结论、考察知识点、题型等。

(2) 模式识别

模式是指认识、表达、解决一类数学问题的程式化了的方法。类似一套组合拳、构件、角本等。人们见到新事物，第一反应就是与自己心目中的样子、已熟悉的办法、标准、模式进行对比、对照，看是否相契合，如常说的第一印象、一见钟情等。所以面对新事物，人们的第一反映就是识别其模式，并与自己储存的原有信息进行对比，从而判断其是否属于自己熟悉或不熟悉的类型。所以“模式识别”的过程就是把新问题比照以前已经解决过的旧问题，设法将新问题的分析研究纳入到已有的认知结构或模式中，化陌生为熟悉进而用老办法来解决。

若是完全无法识别的全新问题，即既有模式库完全失效时，则需调动所有智慧（直觉、想象、创造等高阶思维）去创造新模式，也是真正数学能力形成的开始。核心策略不再是识别而是构造：即分解与重组、降维与退化、类比与同构等达到陌生化熟悉、构建新模式及解决办法的目的。

（3）信息关联

识别模式后，新旧信息需相互作用建立联结。即提取问题中的关键信息，联系已存储的相关信息，如知识原理、公式图形等，建立联结为新问题的解决创建准备状态。

（4）化归处理

缩短信息差。对新问题条件及结论进行转化、化归、类比、变形、拆解、组合、嫁接、构造、同构、一般化、特殊化等处理，使陌生变熟悉、复杂变简单进而使问题获得解决。

（5）运算执行

规范书写。当有了思路想法后，则进入解题过程实施阶段，依据据理合并、化简、变形、降次、有理化、去分母、等量代换、设而不求等等，实现结果的最终探求。

（6）回顾检验

回顾每一步运算是否准确，是否有理论依据、计算书写是否规范等。检验有无增减解，解法是否可优化等。

综上，我觉得析题是指在解题、习题教学或教研中，对问题进行系统分析，剖析其命制意图、知识要素、结构特征、逻辑关系，进而为解题提供路径指引，为解题教学提供研究依据的行为。析题侧重构建学生知识网络、总结通性通法、提升解决问题能力及学科素养。

关于析题理论的发展，匈牙利数学教育家波利亚在著作《怎样解题》中，阐述了学生怎样审题和解题，是相关析题理论的早期论述。陕西师范大学罗增儒教授在著作《数学解题学引论》中，虽未直接使用析题二字，但书中解题过程分析完全对应析题内涵，用元认知理论奠定了析题底层逻辑。上海教育专家陈永明教授在著作《数学习题教学研究》中首次清晰界定析题独立概念，详细阐释了析题内涵及操作流程，明确指出析题是教师专业专属教研行为，区别于学生审题。陈永明教授析题的六大流程如下：

步骤一：审清题意（翻译条件，析题基础）

通读题干，圈画关键词，区分显性/隐性条件，完整列出全部约束等。

步骤二：分解难点（拆分障碍，分层降维）

梳理本题存在几处思维难点，逐条拆分，区分难点先后顺序，先解决基础知识难点，再处理逻辑转化难点，问题拆解，化繁为简，化大为小，构造辅助工具。

步骤三：双向寻路（顺推+逆推，搭建逻辑桥梁）

双向有序分析：正向顺推（由因导果），逆向逆推（执果索因），寻找交汇点，多条路径对比，优先选择通性通法。

步骤四：匹配模型（调用认知结构，模块化解题）

判定题型归属，调取对应解题模块，激活命题联想系统，等价命题互化，建立模型。

步骤五：规范书写（逻辑落地，有序表达）

按逻辑推导顺序分步书写，不跳关键推理步骤，规范用语，杜绝逻辑断层。

步骤六：检验反思（析题升华，实现归一）

错题溯源，方法归纳，变式拓展，修改条件/结论，自主生成新题，深化析题能力。

2.析题流程

综合以上研究成果，对析题流程我觉得重点应体现在以下几个方面：

流程一：析背景及立意。试题是否具有时代感，挖掘政治、学科背景，是否体现素养立意等。

流程二：析考点及结构。知识点、学科素养；题干条件与结论、

显隐信息、设问逻辑、命题陷阱，开放型还是结构不良型等；难易梯度、认知及思维层次。

流程三：析情境及模式。情境包括学科情境及应用情境。识别模式，如问题类型及解法（如定点定值、同构、极值点偏移等），联结已储存信息（已有解决办法、思维定势等），明确解题策略。

流程四：析学情及易错。学生认知思维水平、学习习惯。易错点、知识、能力或思维卡点、典型错因。

流程五：析解法及拓展。总结通性通法、一题多解、最优路径。条件或结论变式、题型归纳、拓展延伸。

流程六：析教学启示。调整教学，改进方向，巩固强化。

三、析题尝试

依据上述分析，以今年高考数学全国 2 卷 19 题为例做以下析题尝试。

原题呈现：2026 年高考全国 2 卷 19 题（本题满分 17 分）已知函数 $f(x) = xe^x + ax + b$ ，曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线为 $y = -2x + 1$ 。

(1) 求 a, b ；

(2) 当 $x > 0$ 时， $f(x+m) - f(x) > m$ ，求 m 的取值范围；

(3) 当 $x > 0$ 时， $f(x+k) + f(k-x) > 2f(k)$ ，求 k 的最小值。

1. 析背景及立意

(1) 命题背景

其一源于教材。见人教 A 版高中数学必修第一册 101 页“综合运用”习题 8 证明：

(1) 若 $f(x)=ax+b$, 则 $f(\frac{x_1+x_2}{2})=\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$;

(2) 若 $g(x)=x^2+ax+b$, 则 $g(\frac{x_1+x_2}{2})\leq \frac{g(x_1)+g(x_2)}{2}$.

这是一道通过引导学生分析对比两个问, (1) 问直线证明相等, (2) 问曲线证明不等来探讨函数凹凸性问题, 进而成为今年高考数学压轴题 19 题 (3) 问的背景源泉。两题区别在于函数不同, 但都具有下凸性。另外教材题是证明具有下凸性, 高考题是先给下凸性再探讨确定下凸区间。

其二高数背景。第 (2) 问涉及《数值分析》中的差商问题, 如图 (1)

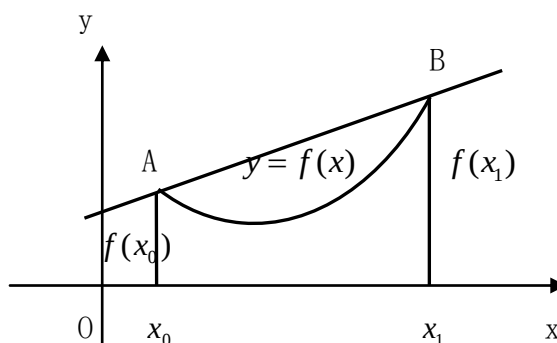


图 (1)

设两个点 $A(x_0, f(x_0))$, $B(x_1, f(x_1))$, 则有一阶差商定义: $f[x_0, x_1] = \frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0}$ 。其几何意义为平面直角坐标系中, 曲线 $y=f(x)$ 上两点

连线(割线)的斜率。结合(2)问, 当 $m>0$ 时, $f[x, x+m] = \frac{f(x+m)-f(x)}{m}$

即是代表横坐标相距 m 的两点割线斜率, 且当 $m>0$ 时割线斜率大于 1, 即任意一段长度为 m 的割线, 斜率都要大于 1。也是以直代曲思想的体现。

第 (3) 问本质上考查函数凹凸性的高观点应用，其高数背景是数学分析中的函数凹凸性概念。有定义：设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，如果对 $[a,b]$ 上的任意两点 x_1, x_2 ，恒有

$$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) \geq \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2} \quad (1),$$

则称 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上是向上凸的，简称上凸；如果恒有

$$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) \leq \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2} \quad (2),$$

则称 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上是向下凸的，简称下凸。如图 (2) 是下凸情形。

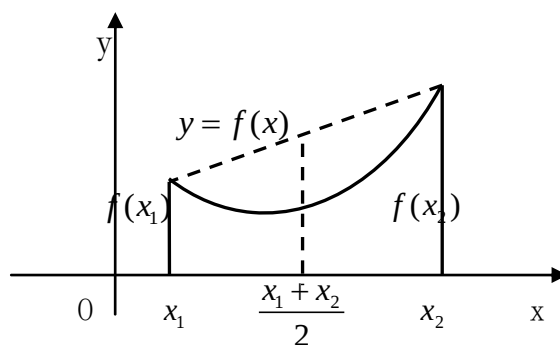


图 (2)

其中不等式 (1) (2) 即是有名的 Jensen 不等式，即琴生不等式

$$f\left(\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}\right) \geq (\leq) \frac{f(x_1)+f(x_2)+\cdots+f(x_n)}{n}$$

当 $n=2$ 的特例，且分别定义连续函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上的上凸和下凸。命题人将其转化为高中生较熟悉的形式，体现了“高起点、低落点”的命题智慧。

其三竞赛数学的适度借鉴。“函数不等式+参数范围”的结构在数学竞赛中较为常见，但本题将其包装为导数综合题，既保持了高考的公平性，又提升了思维区分度。琴生不等式也是竞赛命题人偏爱的

常选素材。

其四新课标导向。《普通高中数学课程标准（2017年版2020年修订）》明确提出六大核心素养，本题紧扣“逻辑推理、数学抽象、数学建模”三大素养，是对新课标理念的精准回应。

（2）命题立意

严格遵循国家高考命题从知识立意到能力立意再到素养立意的转变，侧重考查学生逻辑推理、数学抽象、数学建模等学科素养，及考查学生面对陌生情境仍能够不放弃、不退缩，创造性解决问题的勇气、智慧和能力。解题过程抛弃“分离参数→构造函数→求最值”的固定流程，体现出反套路反刷题的导向。第（3）问，如学生能占在更高视角，结合教材习题所引导的对函数凹凸性的分析与探究，想明白其几何图形特征几乎无需复杂计算即可解决，体现了多想少算的理念。问题三问层层递进，前问为后问铺垫，体现阶梯设问、思维由浅及深，考查学生高阶思维和创新能力。

2.析考点及结构

（1）考点拆解

仔细读懂题意，标注关键词，归纳考点，挖掘显隐条件。第（1）问考导数几何意义是基础题，大多数同学能顺利解决（如果有时间做的话）。第（2）问表面上看是端点效应问题，解法上需要必要性探路充分性证明等，实则包含差商思想综合性较强。第（3）问考函数的凹凸性、不等式证明，需要探究发现琴生不等式与凹凸性关系，能够化归转化创造性解决问题。

(2) 结构分析

三问的内在逻辑链：第(1)问确定函数 $f(x) = xe^x - 3x + 1$ 解析式 $\Rightarrow$ 第(2)问研究 $f(x+m) - f(x)$ 差分性质 $\Rightarrow$ 第(3)问升华到 $f(x+k) + f(k-x)$ 与 $2f(k)$ 的大小比较。关键发现第(3)问不等式即 $\frac{f(x+k) + f(k-x)}{2} > f(\frac{x+k+k-x}{2})$ ，这正是函数下凸的定义。因此第(3)问的本质是求使 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上下凸的最小 k 值。

3.析情境及模式

(1) 学科情境。本题创设了纯数学情境，无现实背景，完全依托函数性质展开，属于数学学科内部情境。

(2) 命题模式创新。即有传统端点效应类问题设问形式，即给性质条件探究参数范围。但解法上又有创新，促使学生摒弃分离参数构造函数求最值等套路化解法，倒逼学生以形助数，深刻洞察函数凹凸性本质创造性解题。

4.析学情及易错

学生运算及思维等素养存在客观差异，导致答题效果千差万别。顶尖学生能够发现函数凹凸性本质简洁解决，预估得分 15-17 分；优秀学生能构造函数求导，计算较复杂，预估得分 10-14 分；中等学生第(1)(2)问可解决，第(3)问无从下手预估得分 6-9 分；薄弱学生第(1)问可能出错，后面放弃预估得分 0-5 分。易错点可能集中在如求导出错；直接分离参数 m 导致讨论复杂；缺乏构造函数意识，展开硬算陷入指数运算泥潭；未能识别凹凸性结构与二阶导数关

系；或根本没有时间做到最后一题等。

另外在思维上可能存在认知障碍，大多数考生对“凹凸性”仅停留在定义记忆，缺乏应用意识；方法障碍，看到不等式恒成立就条件反射“分离参数”，未考虑函数整体性质；心理障碍，第（3）问形式新颖，易产生“没见过”“这题我不会”的畏难情绪。

5.析解法及拓展

（1）解法拓展。常规解法略，本文只就第（2）（3）问提供高数解法，供参考。

第（2）问（差商思想运用）对原函数 $f(x) = xe^x - 3x + 1$ 求二阶导得 $f''(x) = (x+2)e^x$ ， $\therefore$ 当 $x > -2$ 时 $f''(x) > 0$ ，故 $f(x)$ 在区间 $(-2, +\infty)$ 上是下凸的。当 $m > 0$ 时，条件改写为差商形式有 $\frac{f(x+m) - f(x)}{m} > 1$ ，左边即是一阶差商。应用差商单调性定理：若函数 $f(x)$ 下凸，即有 $f''(x) > 0$ ，则对固定步长 $m > 0$ ，差商 $f[x, x+m]$ 严格递增。于是 $f[x, x+m] = \frac{f(x+m) - f(x)}{m}$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上递增且最小值在左端点取得， $\therefore$ 有

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f[x, x+m] = f[0, m] = \frac{f(m) - f(0)}{m} = e^m - 3 \geq 1, \text{ 则得 } m \geq 2\ln 2.$$

对 $m = 0$ ，则有 $0 > 0$ ，不成立。

对 $m < 0$ ，设 $m = -h (h > 0)$ ，条件变为 $f(x-h) - f(x) > -h$ ，即 $\frac{f(x) - f(x-h)}{h} < 1$ ，又 $f''(x) > 0$ ， $f[x-h, x] = \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$ 严格递增，

由拉格朗日中值定理得，存在 $c \in [x-h, x]$ 使得 $\frac{f(x) - f(x-h)}{h} = f'(c)$ ，

$\therefore \lim_{x \rightarrow +\infty} f[x-h, x] = \lim_{c \rightarrow +\infty} f'(c) = +\infty$ ($\because f'(x) = (x+1)e^x - 3$), 所以不可能对

$x > 0$, 恒有 $\frac{f(x) - f(x-h)}{h} < 1$, 不符题意。

第(3)问(函数下凸定义及琴生不等式运用, 核心凹凸性洞察)

据条件 $f(x+k) + f(k-x) > 2f(k)$, 即 $\frac{f(x+k) + f(k-x)}{2} > f(\frac{x+k+k-x}{2})$, 所

以函数 $f(x)$ 是下凸的。由(2) $f(x)$ 的下凸区间为 $(-2, +\infty)$, 要使

$f(x+k) + f(k-x) > 2f(k)$ 对所有 $x > 0$ 成立, 需区间 $(k-x, k+x)$ 为下凸区

间 $(-2, +\infty)$ 的子区间, 即 $k-x \geq -2$ 对所有 $x > 0$ 成立。取极限 $x \rightarrow 0^+$, 得

$k \geq -2$, 故 $k_{\min} = -2$ 。

(2) 变式拓展

变式1. 改变不等式方向: 若 $f(x+k) + f(k-x) < 2f(k)$, 则考查函数上凸性质。

变式2. 琴生不等式加权形式: 若函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上为下凸(上凸)

的, 则 $\forall x_i \in [a, b], \lambda_i > 0 (i=1, 2, \dots, n), \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$, 有

$$f(\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \dots + \lambda_n x_n) \leq (\geq) \lambda_1 f(x_1) + \lambda_2 f(x_2) + \dots + \lambda_n f(x_n).$$

6. 析教学启示

(1) 对教师教学的启示。一是回归本质: 导数教学不应停留在“求导→列表→画图”的操作层面, 要深入理解导数背后的函数性质; 二是渗透高观点: 适当引入凹凸性、琴生不等式等高数知识, 帮助学生建立更高认知框架; 三是反套路训练: 多设计条件新颖、解法不唯一的题目, 培养“先看本质再选方法”的习惯。

(2) 对学生备考的启示。一是摒弃题型记忆: 这道题明确宣告

“导数压轴题=恒成立+分离参数”的套路已失效；二是强化性质洞察：遇到函数不等式，先思考能否用单调性、对称性、凹凸性等整体性质解决；三是培养化归意识：从 $f(x+k)+f(k-x) > 2f(k)$ 或 $f(x)+f(2k-x) > 2f(k)$ 联想到中点、对称、凸性等几何意义。

(3) 对命题研究的启示。本题展示了一种“低起点、高观点、深思维”的命题范式：

低起点：切线方程（所有学生都能入手）



高观点：凹凸性 / 琴生不等式（高数知识）



深思维：需要洞察函数本质，非机械计算可解决

三、什么是“命题”

命题是教师依据课程标准与测评目标，系统设计、原创、改编、精选试题，编制练习或试卷，制定评分标准，用以检测学生知识、能力与素养达成情况及教师教学效果的专业教研行为。命题侧重教学效果检测及人才选拔，促进教-学-评一体化实施。

析题与命题有着共同理念，即析题是授人以渔的理念方法，命题是扬帆起航的具体行动，都能实现促进解题向解决问题转化。进而实现从析题到命题的贯通。

析题的六个角度恰好对应了命题者需要思考的六个问题：

你的析题角度	对应命题问题
背景及立意	我为什么要出这道题？

析考点及结构	我想考什么？怎么分层？
析情境及模式	我用什么载体呈现，无情境不成题？
析学情及易错	学生可能怎么错？如何区分层次？
析解法及拓展	好的解法需要什么能力？如何变式？
析教学启示	这道题对教学有什么导向？

1.命（一套）题流程

阶段一：定标筹备

明确考试目标及进度：期中期末月考，考到哪，确定难易度，功能定位；研读课标，梳理本阶段全部核心知识点、素养目标；分析学情：学生薄弱点、教学重难点，确定试题侧重方向；编制双向细目表（命题蓝图），锁定分值、题型、认知层级、素养、难度分布等；命题组分工等。

阶段二：素材搜集

寻找试题源头和背景，教材、素材库、课外资料、真实生活、学术、传统文化、时政情境，规避陈旧、虚假情境。鼓励立意、内容、结构等方面创新。

如我命制部分试题：

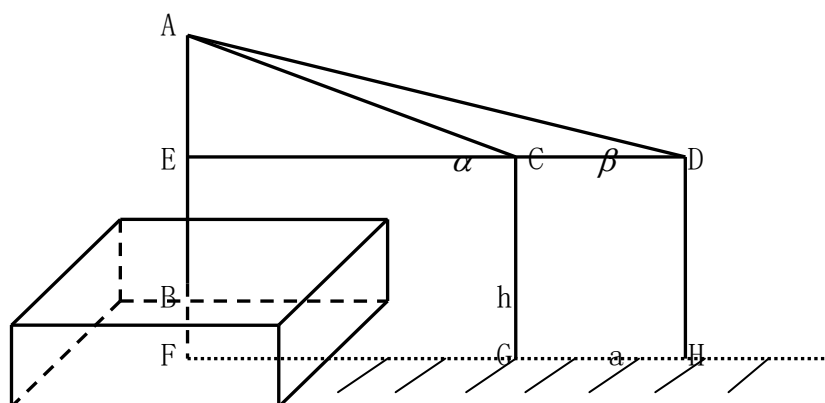
教材例题改编：

阿波罗尼斯圆是指平面内动点 M 到两个定点 A, B 距离之比为常

数 λ ($\lambda > 0, \lambda \neq 1$) 的动点 M 的轨迹 (形成的圆)。若 $A(0,2), B(2,0), \lambda = \sqrt{2}$ 时, 求动点 M 形成的轨迹圆 C 的方程, 并求此时直线 AB 交圆 C 所得弦长。

数学生活应用:

如图, 十九中学国旗杆建在一个长方体形基座上, 欲求旗杆高 AF 长, 学校数学建模社团准备了两个等长的竹竿 CG, DH ($CG = DH = h$) 垂直立在地面上, 并保持与旗杆共面, 测得 C, D 对旗杆端点 A 的仰角分别为 α, β , 及 $CD = GH = a$, 则旗杆高 $AF =$ _____



开放题:

$\triangle ABC$ 中, $b=10, A=30^\circ$, 写出解此三角形时有一组解的边 a 的值 _____, 有两组解时边 a 的值 _____ (写出一个符合值即可)

新定义题:

数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = 16 - 2^{4-n}$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 的通项 $b_n = \frac{n}{8}$, 求数列 $\{a_n b_n\}$ 的前 n 项和 T_n ;

(3) 设数列 $\{c_n\}$, 定义其通项 $c_n = \begin{cases} a_n (a_n \geq 1) \\ \frac{1}{a_n} (0 < a_n < 1) \end{cases}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项

积 Π_n .

阶段三：试题命制

通过原创、改编等方式, 分题型命制客观题(单选、多选、填空、判断)、主观题(简答、材料分析、探究、写作等); 客观题要题干简洁, 干扰项具备迷惑性但无科学性错误; 主观题设置递进式设问, 设置开放题、新定义题; 同步编写参考答案、评分标准。

阶段四：校对核验

命题完成后做到 5 个 5:

- (1) 知识性错误、版面、标点、语法用句、错别字等检查 5 遍;
- (2) 知识、典型方法覆盖面需换题 5 遍;
- (3) 难易度是否由低到高, 调整个别题的顺序 5 遍;
- (4) 完成后自己做和同事做答案核对 5 遍;
- (5) 评分标准核对 5 遍。

阶段五：考后复盘

从难度、区分度、信度、效度等角度对试题进行质量分析, 改进不足优化提升。

2. 解题、析题、讲题、说题与命题关系

(1) 解题: 通过分析, 建立问题条件与结论之间清晰逻辑链条, 并用学科专业术语进行书写表达。

(2) 析题: 解题的开头和回头, 是解前的分析研究, 解后的回顾、反思、深化及拓展。

(3) 讲题：结合析题结果，通过课堂教学（板演）引导学生学会解题。

(4) 说题：把析题全过程完整口述出来，是教师教研行为。

(5) 命题：是教师的专业进阶，促进教师更准确地了解学生、有效教学。

四、析题与命题的作用

1.推动教师与时俱进专业进阶。析题或命题过程中，自然要与时代合拍，不仅要依据课标、教材等要求，当然离不开时代、政治等背景，要有鲜明的时代性，方向要对和价值要正。

2.促进教师了解自己。有助于教师了解自己的短长，特别是命题是教师专业水平的高层次要求，促进教师由教学专家向命题专家转变。

3.优化课堂教学设计。基于析题或命题检测效果，教师可以设计出更具针对性的教学方案，提高课堂效率和教学质量。

4.推进学生思维进阶。析或命一道（套）题，需依据布鲁姆修的认知六层级理论，进而能够引导学生从记忆、理解等浅层思维向分析、评价等高阶思维递进，实现知识深度内化和思维进阶。

要明确《中国高考评价体系(2019 年)》是析题命题的根本遵循，是国家顶层设计，是根本大法，是宏观终极指南。它解决了一核：为什么考（析、命）？四层：考（析、命）什么？四翼：怎么考（析、命）？的问题。即使是学校的期中期末等考试，测试目标虽与高考有区别，但也要以其基本理念为指导和遵循。

五、析题与命题能力的培养与实践

1.加强解题训练。坚持解题，尤其是高考真题和模拟题，提升自身的解题能力和对题目敏感度。

2.深入研究课标教材。准确把握课标要求和命题方向，使析题命题更具针对性。回归教材，避免教学与考试脱节实现教学评一体。

3.积极参与教研活动。与同事交流析题命题经验，分享个人案例，相互学习，在思维碰撞中共同进步。

4.建立个人好题档案库。将典型题目及平时没有顺利解出的题目整理归档，形成研究备选题资源库。

5.课堂教学设计递进式问题链。基于析题结果，设计由浅入深的问题链，引导学生逐步深入思考，搭建思维阶梯，促解决问题能力提升。

6.引导学生思维外显。鼓励学生阐述解题思路，画思路框图。“思维幻觉”亦是宝贵资源，便于教师精准诊断思维误区。

7.一题多解与变式训练。从不同角度解决问题，通过变式训练等方式提升学生思维发散性、灵活性、深刻性等品质。

8.鼓励解题反思和总结。引导学生在解题后复盘，总结方法与经验，举一反三实现方法技能的迁移，从会算题到会思考，从会解题到会解决问题，从知识能力提升到素养提升。

六、结语

本文结合案例对析题命题有关问题做了一些探讨。“析题有道”，在于析出道理，洞察本质理清脉络启发教学；“命题有方”，在于命得有法，素养立意思维为核创新为翼。愿每一位数学教师都能在析题中

悟道，在命题中立人。